



Ministère
de l'Éducation nationale

INSPECTION D'ACADEMIE DE THIES

EVALUATIONS A EPREUVES STANDARDISEES DU SECOND SEMESTRE 2024-2025
Niveau : TS2 Discipline : MATHEMATIQUES Durée : 04 heures

EXERCICE 1 : (5 points)

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique 2 cm).

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 2$.

1. a) Déterminer la forme trigonométrique des nombres complexes suivants : $-1 + i\sqrt{3}$ et $-1 - i\sqrt{3}$ **1pt**
 b) En déduire la construction exacte des points A et B. placer le point C
2. a) Vérifier que : $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{\frac{i\pi}{3}}$ **0,5pt**
 b) En déduire la nature du triangle ABC. **0,25pt**
 c) Déterminer le centre et le rayon du cercle (Γ_1) circonscrit au triangle ABC. Tracer le cercle (Γ_1) **0,5pt+ 0,5pt**
3. Soit (Γ_2) l'ensemble des points M d'affixes z qui vérifient : $2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$
 a) Vérifier que les points A et B appartiennent à (Γ_2) **0,5pt**
 b) Montrer que (Γ_2) est un cercle de centre Ω d'affixe -2 dont on précisera le rayon. Construire (Γ_2) . **0,5pt + 0,25pt**
4. On appelle r_1 la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
 a) Quelles sont les images des points A et B par la rotation r_1 ? Construire l'image C_1 du point C par la rotation r_1 puis calculer son affixe. **0,75pt**
 b) Déterminer l'image du cercle (Γ_2) par la rotation r_1 . **0,25pt**

EXERCICE 2 : (5 points)

Une urne contient 2 boules rouges, 5 boules jaunes et 5 boules vertes indiscernables au toucher.

- 1) On extrait simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

A : « Tirer au moins une boule verte »

B : « Tirer au plus une boule rouge »

- a) Calculer les probabilités suivantes : $p(A)$ et $p(B)$. **(0,5 + 0, 5)pt**
- b) Montre que $p(A \cap B) = \frac{9}{11}$ puis en déduire $p(A \cup B)$ **(0,5 + 0, 5)pt**

2) On extrait les 3 boules successivement avec remises. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges obtenues.

a) Détermine la loi de probabilité de X .

1,5pt

b) Calcule l'espérance mathématique de X .

0,5pt

3) On tire une boule de l'urne, si elle est rouge, on la remet dans l'urne, sinon on l'écarte et on tire une seconde boule.

Quelle est la probabilité pour que la deuxième boule tirée soit rouge ?

1pt

PROBLEME 10points

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = (1-x)e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \text{et } f(0) = 0.$$

Et (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé

Partie A

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{2x}{1+x} - \ln(1+x)$.

1- Etudier les limites de g aux bornes de D_g ensemble de définition de g .

1pt

2- Dresser le tableau de variation de g .

1pt

3- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[1; +\infty[$ et que $3,6 < \alpha < 4$.

1pt

4- Calculer $g(0)$ puis préciser le signe de $g(x)$ sur $] -1; +\infty[$.

0, 5pt

Partie B

1- Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

2- a- Montrer que $f'(x) < 0$ sur $] -\infty; 0[$.

0,5pt

b- Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ sur $]0; +\infty[$

0,5pt

c- Montrer que $f(\alpha) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

1pt

3- Dresser le tableau de variation de f .

1pt

4- Montrer que la droite d'équation $y = -x$ est une asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$. Donner la nature de la branche infinie de (C_f) en $+\infty$.

(0,5 +0,25)pt

5- Tracer (C_f) dans un repère orthonormé unité 2 cm.

0,75pt

Partie C

Soit h la restriction de f sur l'intervalle $[\alpha; +\infty[$.

1- Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} sur un intervalle J à déterminer.

0,5pt

2- Etudier la dérivabilité de h^{-1} sur J .

0,25pt

3- Calculer $h(4)$ puis $(h^{-1})'(\ln \sqrt{5})$.

0,25 pt +0,5pt

4- Représenter la courbe de h^{-1} dans le même repère que (C_f) .

0,5pt